

s := sec

EL_DYN I_05c_m

Těleso tvaru kvádru o hmotnosti m_t a rozměrech $a \times b$ (těleso je homogenní, těžiště T je ve středu kvádru) je kloubově uloženo, viz. obr. V okamžiku, kdy jeho delší hrana má polohu vodorovnou (bod A leží na ose X), kratší hrana polohu svislou, se pravý dolní roh (bod A) pohybuje počáteční rychlostí v_0 . V daném okamžiku začne na levý horní roh působit svisle vzhůru konstantní síla F . Určete její velikost potřebnou k tomu, aby se těleso zastavilo po otočení o 90° .

Dáno: $m_t := 3.9 \cdot \text{kg}$

$a := 110 \cdot \text{mm}$

$v_0 := 1.8 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$b := 190 \cdot \text{mm}$

Moment setrvačnosti I_T - k těžišti

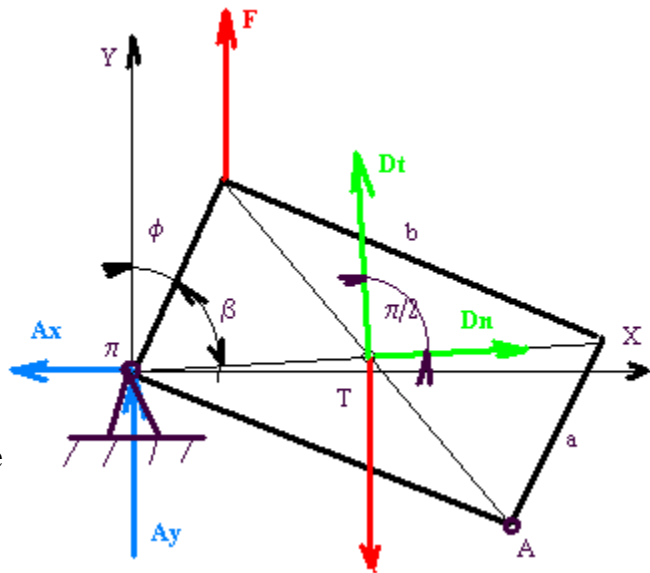
$$I_T := \frac{1}{12} \cdot m_t \cdot (a^2 + b^2)$$

$$I_T = 0.016 \text{ kg m}^2$$

Moment setrvačnosti I k ose rotace

$$I := I_T + m_t \cdot \left[\left(\frac{a}{2} \right)^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right]$$

$$I = 0.063 \text{ kg m}^2$$



Dopčet hodnot vycházejících z rozměrů a zadání

$$T\pi := \sqrt{\left(\frac{a}{2} \right)^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2}$$

$$T\pi = 0.11 \text{ m}$$

$$\beta := \text{atan}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\omega_0 := \frac{v_0}{b}$$

$$\frac{\beta}{\text{deg}} = 59.931$$

$$\omega_0 = 9.474 \text{ sec}^{-1}$$

Pohybová rovnice - pohyb rotační kolem bodu π

$$I \cdot \alpha = -F \cdot \sin(\phi) \cdot a + m_t \cdot g \cdot T\pi \cdot \sin(\beta + \phi) \quad (\text{zrychlení } \alpha \text{ není konstatní, } \alpha \text{ je funkcí úhlu } \phi)$$

$$I \cdot \omega \cdot \frac{d\omega}{d\phi} = -F \cdot \sin(\phi) \cdot a + m_t \cdot g \cdot T\pi \cdot \sin(\beta + \phi)$$

$$I \cdot \int_{\omega_0}^0 \omega d\omega = \int_0^{\pi} -F \cdot \sin(\phi) \cdot a + m_t \cdot g \cdot T\pi \cdot \sin(\beta + \phi) d\phi$$

$$-I \cdot \frac{\omega_0^2}{2} = F \cdot a \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos(0) \right) - m \cdot g \cdot AT \cdot \left(\cos\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) - \cos(\beta) \right)$$

$$F := \frac{m \cdot g \cdot T \pi \cdot \left(\cos\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) - \cos(\beta) \right) - I \cdot \frac{\omega_0^2}{2}}{-a}$$

$$F = 77.716 \text{ kg m sec}^{-2}$$

Řešení zákonem o zachování energie

$$E_c = E_k + E_p \quad E_{c0} := \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_0^2 + m \cdot g \cdot \frac{a}{2}$$

Energie celková v poloze 0

$$E_{c0} = 4.915 \text{ kg m}^2 \text{ sec}^{-2}$$

$$E_{c1} = E_{c0} - E_b$$

Energie celková v poloze koncové

$$E_{c1} := -m \cdot g \cdot \frac{b}{2} \quad E_{c1} = -3.633 \text{ kg m}^2 \text{ sec}^{-2}$$

Ep... energie potenciální

Eb... energie spotřebovaná bržděním
(práce)

$$E_b = \int_0^{\frac{\pi}{2}} M(\phi) d\phi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F \cdot a \cdot \sin(\phi) d\phi = -F \cdot a \cdot \left(\cos(0) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)$$

$$E_b := -F \cdot a \cdot \left(\cos(0) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right) \quad E_b = -8.549 \text{ kg m}^2 \text{ sec}^{-2}$$

$$-m \cdot g \cdot \frac{b}{2} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_0^2 + m \cdot g \cdot \frac{a}{2} - F \cdot a$$

$$F := \frac{\frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_0^2 + m \cdot g \cdot \frac{a}{2} + m \cdot g \cdot \frac{b}{2}}{a}$$

$$F = 77.716 \text{ kg m sec}^{-2}$$

$$E_{c1} = E_{c0} - E_b$$